QO‘ZG ‘ALISHI KOMPAKT BO‘LGAN MODEL OPERATOR SPEKTORI

Xurramovov A.M.,
Samarqand davlat universiteti dotsenti, (PhD),
Balayev S.U.
Qarshi davlat universiteti magistranti
e-mail: xurramov@mail.ru, saidbalaev@gmail.com

Annotatsiya. Bir o‘lchamli panjaradagi ikkiita ixtiyoriy zarrachali sistema gamiltonianiga mos Shredinger operatorining muhim spektridan tashqarida yotuvchi xos qiymatlarning mavjudligi shartlari topilgan. Shuningdek, xos qiymatlar soni va o‘rni qaralayotgan operatorning parametrlariga bog‘liq holda topilgan.

Kalit so‘zlar: bir o’lchamli panjara, muhim spektr, xos qiymat, karrali xos qiymat

Абстракт. Найдены условия существования собственных значений, лежащих вне существенного спектра оператора Шредингера, соответствующего гамильтониану системы двух произвольных частиц на одномерной решетке. А также найдено количество и их расположение собственных значений в зависимости от параметров рассматриваемого оператора.

Ключевые слова: одномерная решетка, существенный спектр, собственное значение, кратное собственное значение

Abstract. Conditions for the existence of eigenvalues lying outside the essential spectrum of the Schrödinger operator corresponding to the Hamiltonian of a system of two arbitrary particles on a one-dimensional lattice are found. And also the number and their location of eigenvalues were found depending on the parameters of the operator under consideration.

Keywords: one-dimensional lattice, essential spectrum, eigenvalue, multiple eigenvalue

$T = (-\pi, \pi]$, $L2(T)$ – T da aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalarning Hilbert fazosi bo‘lsin. $L2(T)$ fazoda quyidagi formula orqali aniqlangan

$$h(k) = h0\,(k) - \mathrm{v} \qquad (1)$$

operatorni qaraymiz, bu yerda $h0\ (k)$ ushbu $\varepsilon k\ (p) = 1\ m1\ \varepsilon(p) + 1\ m2\ \varepsilon(k - p)$, $\varepsilon(p) = 1 - cos2p$ funksiyaga ko'paytirish operatori va v esa $v(p - s) = \mu cosl(p - s) + \lambda cosn(p - s)$ yadroli integral operator. $m1\ va\ m2$ lar mos holda 1- va 2-zarrachalarning massalari, $l\ va\ n$ – yig'indisi toq natural sonlar. 1-lemma. (1) formula orqali aniqlangan $h(k)$ operator o'z-o'ziga qo'shma va chegaralangandir. Ma'lumki, Veyl teoremasiga asosan $h(k)$ operatorning muhim spektri $h0\ (k)$ operatorning spektri bilan ustma-ust tushadi, ya'ni $h(k)$ operatorning qo'zg'atuvchi qismi kompakt ekanligidan uning muhim spektri o'zgarmasdan qoladi. Shuning uchun $\sigma ess(h(k))$ to'plam $\varepsilon k\ (p)$ funksiyaning qiymatlar sohasidan iborat bo'ladi, ya'ni $\sigma ess(h(k)) = \sigma(h0\ (k)) = [m(k); M(k)]$ bu yerda

$m(k) = \min p\ \varepsilon k\ (p)$, $M(k) = \max p\ \varepsilon k\ (p)$

v≥0 ekanligini hisobga olsak, u holda quyidagi tengsizlikka ega bo'lamiz

$\sup(h(k)f, f) \leq \sup(h0\ (k)f, f) = M(k)(f, f)$, $f \in L2(T)$.

Shuning uchun $h(k)$ operator muhim spektrdan o'ng tomonda xos qiymatga ega emas, ya'ni

$\sigma(h(k)) \cap (M(k), +\infty) = \emptyset$.

1-faraz. Faraz qilaylik, $m = m1 = m2$ va $k = \pm\ \pi\ 2$ bo'lsin. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz

$\mu\ 0\ (k) = 1\ sl\ (k;m(k))$, $\lambda\ 0\ (k) = 1\ sn(k;m(k))$, (2) $cr\ (k; z) = \int cos2rsds\ \tilde{\varepsilon} k\ T\ (p)-z$, $sr\ (k; z) = \int sin2rsds\ \tilde{\varepsilon} k\ T\ (p)-z$, $r = l, n$ (3) $\varepsilon\tilde{k}\ (p) = 1\ m1 + 1\ m2 - \sqrt{}\ 1\ m1\ 2 + 2\ m1m2\ cos2k + 1\ m2\ 2$ cos2p.

1-teorema. 1-faraz bajarilsin. U holda ixtiyoriy $\mu, \lambda \in R+$ sonlar uchun $h(k)$ operatorning muhim spektrdan chapda karraligi bilan hisoblanganda 4 ta xos qiymatga ega va ular $z1 = z2 = 2\ m - \mu\pi$ va $z3 = z4 = 2\ m - \lambda\pi$ bo'ladi.

2-teorema. 1-faraz bajarilmasin. U holda ixtiyoriy $\mu, \lambda \in R+$ sonlar uchun $h(k)$ operatorning muhim spektrdan chapda karraligi bilan hisoblanganda $2 + \alpha(\mu, \lambda)$ ta xos qiymatga ega, bu yerda

$\alpha(\mu, \lambda) = \{\ 0\ , agar\ \mu \leq \mu\ 0\ (k), \lambda \leq \lambda\ 0\ (k)\ 1, agar\ \mu > \mu\ 0\ (k), \lambda \leq \lambda\ 0\ (k)\ yoki\ \mu \leq \mu\ 0\ (k), \lambda > \lambda\ 0\ (k)\ 2, agar\ \mu > \mu\ 0\ (k), \lambda > \lambda\ 0\ (k)$.

h(k) operatorning xos qiymatlari. $L2(T)$ fazoda $\tilde{h}(k)$ operatorni quyidagi $\tilde{h}(k) = \tilde{h}$ 0 (k) − v formula orqali aniqlaymiz, bu yerda $\tilde{h}$ 0 (k) quyidagi

$\varepsilon\tilde{k}$ (p) = 1 $m1$ + 1 $m2$ − √ 1 $m1$ 2 + 2 $m1m2$ $cos2k$ + 1 $m2$ 2 cos2p

funksiyaga ko'paytirish operatori. Ushbu unitar U: $L2(T) \to L2(T)$ operator quyidagi formula orqali aniqlangan bo'lsin:

$(Uf)(p) = f$ $(p$ − 1 2 $\theta(k))$,

bu yerda

$\theta(k) = arccos$ 1 $m1$ + 1 $m2$ $cos2k$ √ 1 $m1$ 2 + 2 $m1m2$ $cos2k$ + 1 $m2$ 2 .

U holda ushbu

$(U$ −1$f)(p) = f$ $(p$ + 1 2 $\theta(k))$, $f \in L2$ (T)

tenglik o'rinli. 2-lemma. $h(k)$ operator $\tilde{h}(k)$ operator bilan unitar ekvivalent, ya'ni $\tilde{h}(k) = U$ −1$h(k)U$ tenglik o'rinli.

3-lemma. z, $z < m(k)$ soni $\tilde{h}(k)$ operatorning xos qiymati bo'lishi uchun $\Delta(k; z)$ = 0 bo'lishi zarur va yetarli, bu yerda

$\Delta(k; z)$ = (1 − µcl $(k; z)$)(1 − µsl $(k; z)$)(1 − λcn $(k; z)$)(1 − λsn $(k; z)$).

Bu holda $\Delta(k;\cdot)$ funksiyaning noli $h(k)$ operatorning xos qiymatlari bilan ustma-ust tushadi.

M fazoda $\|u\|$ norma $l > 0$ son bilan chegaralanganda maksimal tezkorlik masalasini konkret holda ko'rib chiqamiz. $x(t0) = x0$ boshlang'ich va $x(t1) = x*(t1)$ chegaraviy shartli (1) sistemani olamiz. Maksimum prinsipi haqidagi teoremaga asosan Pontryagin funksiyasini tuzib olamiz:

$\Pi = \Pi(x, \psi, u) = -1 + \psi A(t)x + \psi B(t)u.$ (1)

Agar u − skalyar deb faraz qilsak, u holda optimal boshqarish Π funksiyaning $|u| \leq l$ bo'lgan holi bo'yicha maksimum shartidan aniqlanadi, yani

$u(t) = lsing\psi(t)B(t),$ (2)

bu yerda $\psi(t)$ bilan $\dot{\psi} = -A`(t)\psi.$ tenglamaning yechimi. Pontryagin nazariyasi bo'yicha keying tavsiyalar shundan iboratki, sistema uchun shunday $\psi(t0) = \xi$ boshlang'ich shartlarni toppish kerakki, bu shartlarga mos keluvchi $\psi(t)$ yechim shunday bo'lsinki, (2) boshqaruv berilgan $x(t1) = x*(t1)$ chegaraviy shartda sistemani hosil qilsin. Lekin bu $\psi(t0\ ) = \xi$ boshlang'ich shartlarni yanada qulayroq aniqlashga tavsiyalar bevosita maksimum prinsipi teoremasidan kelib chiqmaydi. Agar (2) ning barcha yechimlarini

$$\psi(t) = \psi(t0\ )\Psi(t) = \xi\Psi(t), \qquad (3)$$

bu yerda $\Psi(t) - (2)$ tenglamaning fundamental yechimlar matritsasi, ko'rinishda yozish mumkin bo'lib, (3) ni (2) ga qo'ysak, u holda qidirilayotgan optimal boshqaruv quyidagi ko'rinishda bo'ladi: $u(t) = lsing\xi\Psi(t)B(t) = lsign\xi G(t)$ va u $p\ ' = 1$ da formula bilan ustma-ust tushadi. Lekin, momentlar usuli ξ ni izlash qaysi shartlarni keltirib chiqarishini bevosita ko'rsatib beradi. Bu faqat masalalarning momentlar usuli bo'yicha olingan yechimni maksimum prinsipi bo'yicha hosil qilingan yechimlaridan farqlab beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Рид М., Саймон Б., Методы современной математической физики. М.: Мир.1982, 4, Анализ операторов.

2. М.Э.Муминов, А.М. Хуррамов, Спектральные свойства двухчастичного гамильтониана на одномерный решетке. Россия. Уфимский математический журнал. Том 6. № 2 (2014). С.102-110.

3. Дж. ХЕЙЛ Теория функционально-дифференциальных уравнений Пер. с англ. — М.: Мир, 1984.—421 с, ил.

4. Беллман Р., Кук К. Дифференциального-разностные уравнения. М Мир, 1967. 254 с.

5. Мамадалиев Н.А., Мустапокулов Х.Я., Абдуалимова Г.М. Метод разрешающих функций для решения задачи преследования с интегральными ограничениями на управления игроков // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2023. Т.33. Вып.1. - С 103-118.